



# Lezione R8

## Algoritmi a conservazione di banda

Sistemi embedded e real-time

27 novembre 2012

Marco Cesati

Dipartimento di Ingegneria Civile e Ingegneria Informatica  
Università degli Studi di Roma Tor Vergata

### Di cosa parliamo in questa lezione?

In questa lezione si discutono alcuni algoritmi a conservazione di banda utilizzati per integrare la gestione dei job aperiodici con gli schedulatori priority-driven

- 1 I server periodici
- 2 Il server procrastinabile
- 3 Il server sporadico
- 4 Server sporadico e schedulazione EDF
- 5 Algoritmo GPS e job aperiodici hard RT





Schema della lezione

Server periodici

Server procrastinabili

Server sporadici

Server sporadici+EDF

Algoritmo GPS

## Schedulazione di job aperiodici con polling

L'algoritmo di *schedulazione con polling* è basato su un task periodico (*server di polling* o *poller*) con fase 0, periodo  $p_s$ , tempo d'esecuzione  $e_s$ , e priorità massima

Il *server di polling* controlla la *coda di job aperiodici*: se è vuota, si auto-sospende fino al prossimo periodo, altrimenti esegue il job in cima alla coda per max  $e_s$  unità di tempo

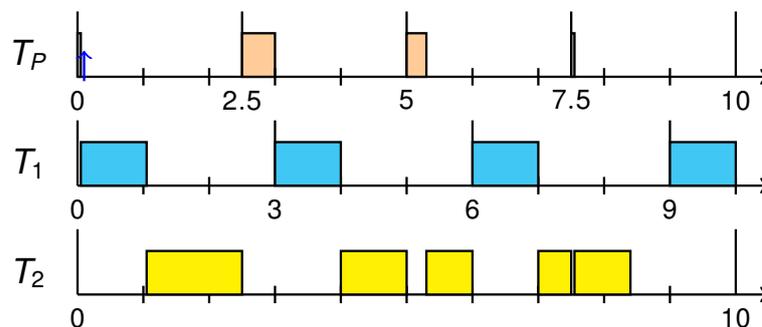
- Se i parametri del *poller* sono corretti, i job aperiodici non influiscono sulla schedulabilità dei task periodici
- Se il job aperiodico arriva subito dopo l'inizio del periodo del *poller*, non sarà eseguito fino al periodo successivo (i tempi di risposta non sono minimizzati)

$$T_P = (2.5, 0.5)$$

$$T_1 = (3, 1)$$

$$T_2 = (10, 4)$$

Job aper. A:  
rilascio a 0.1  
durata 0.8



SERT'13

R8.3

## Server periodici

I *server periodici* sono una classe di task periodici aventi:

- Periodo  $p_s$ , budget  $e_s$ , e dimensione  $u_s = e_s/p_s$
- *Regola di consumo*: come il budget viene consumato
- *Regola di rifornimento*: come il budget viene ripristinato

Si dice che il server periodico è:

- *impegnato* quando ha lavoro da svolgere
- *idle* quando non ha lavoro da svolgere
- *eleggibile*, *pronto* o *schedulabile*: impegnato e con budget positivo

Esempio: il poller è assimilabile ad un server periodico

- impegnato quando la coda di job aperiodici è non vuota
- regola di consumo: sottrae il tempo impiegato ad eseguire un job aperiodico dal budget; azzerà il budget se la coda è vuota
- regola di rifornimento: il budget è impostato a  $e_s$  all'inizio di ogni periodo



Schema della lezione

Server periodici

Server procrastinabili

Server sporadici

Server sporadici+EDF

Algoritmo GPS

SERT'13

R8.4

## Algoritmi a conservazione di banda

Il problema del server di polling è che il budget è perso non appena la coda di job aperiodici si svuota

Gli algoritmi basati su server periodici che non hanno questo problema sono definiti a *conservazione di banda*

Idea: preservare il budget quando il server periodico è idle per migliorare i tempi di risposta dei job aperiodici

Esistono molti tipi di algoritmi a *conservazione di banda*

- Server procastinabile
- Server sporadico
- Server a utilizzazione costante
- Server a banda totale
- Algoritmo WFQ

## Server procastinabile

Il *server procastinabile* (o *deferrable server*) è il più semplice algoritmo a conservazione di banda

È caratterizzato da un periodo  $p_s$ , da un budget massimo  $e_s$ , e dalle seguenti regole:

- **Regola di consumo:** il budget è decrementato di uno per ogni unità di tempo in cui il server è in esecuzione
- **Regola di rifornimento:** il budget è impostato al valore  $e_s$  agli istanti  $k \cdot p_s$ , per  $k = 0, 1, 2, \dots$

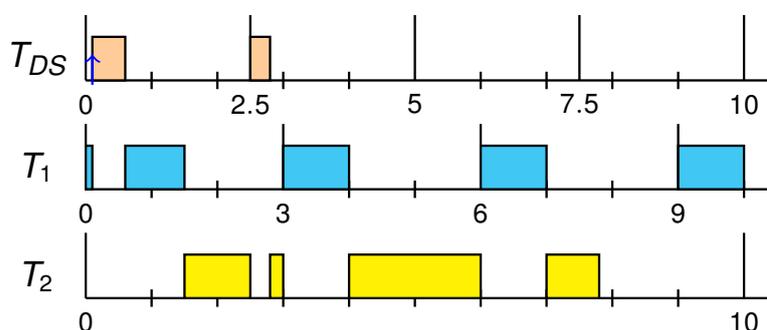
Nota: il budget non si accumula (quello non speso alla fine del periodo viene perso)

$$T_{DS} = (2.5, 0.5)$$

$$T_1 = (3, 1)$$

$$T_2 = (10, 4)$$

Job aper. A:  
rilascio a 0.1  
durata 0.8

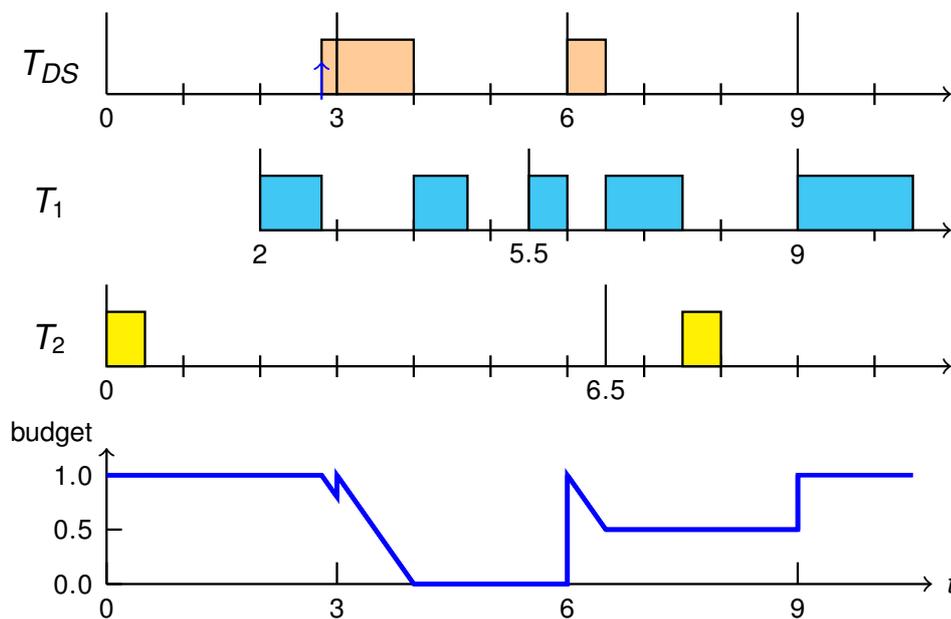


## Schedulazione a priorità fissa con server procrastinabile



Sistema:  $T_{DS}=(3, 1)$ ,  $T_1=(2.0, 3.5, 1.5, 3.5)$ ,  $T_2=(6.5, 0.5)$

Job aperiodico A: arrivo a 2.8, durata 1.7

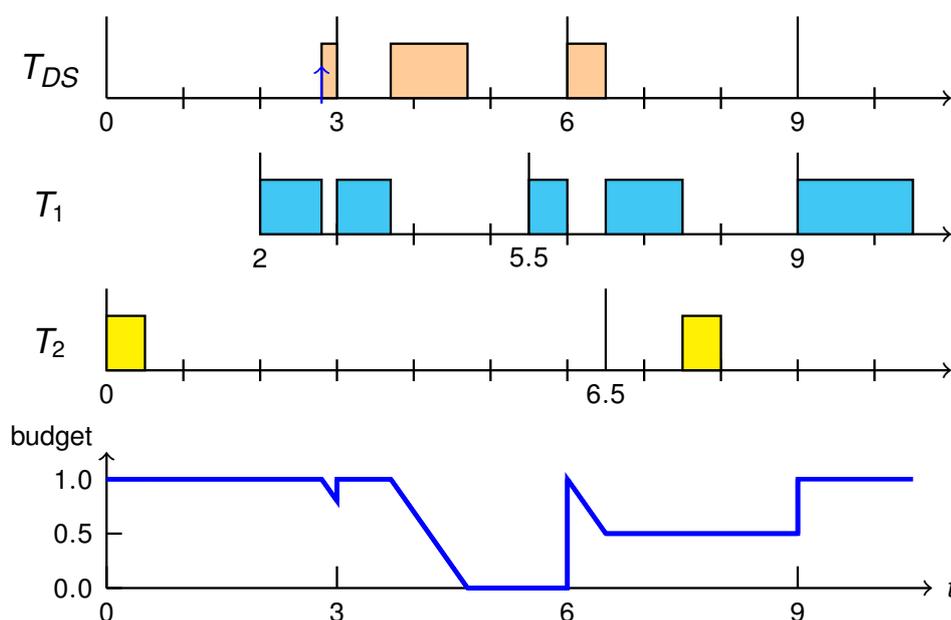


## Schedulazione EDF con server procrastinabile



Sistema:  $T_{DS}=(3, 1)$ ,  $T_1=(2.0, 3.5, 1.5, 3.5)$ ,  $T_2=(6.5, 0.5)$

Job aperiodico A: arrivo a 2.8, durata 1.7



## Schedulabilità per priorità fissa con server procrastinabile

*È possibile applicare il test o le condizioni di schedulabilità per sistemi a priorità fissa con server procrastinabile? **Sì, ma...***

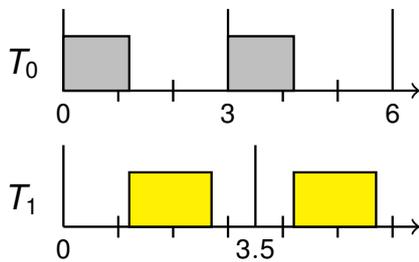
Il server procrastinabile non è identico agli altri task periodici:

- Se il server è eleggibile e nessun task a priorità maggiore è in esecuzione, viene subito attivato dallo scheduler
- Un server con budget  $> 0$  può diventare eleggibile in qualunque istante (dipende dagli arrivi dei job aperiodici)

$$T_0 = (3, 1.2), T_1 = (3.5, 1.5)$$

$$w_1(t) = 1.5 + \lceil t/3 \rceil 1.2$$

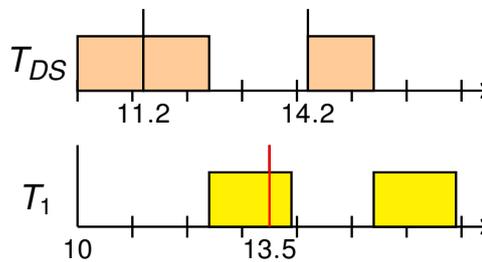
$$w_1(1.5) = 2.7 = w_1(2.7) \leq 3.5$$



$$T_{DS} = (3, 1.2), T_1 = (3.5, 1.5)$$

$$r_{1,c} = 10, r_A = 10, e_A > 3$$

$$\text{budget}(10) = 1.2, \text{fase} = 1.2$$



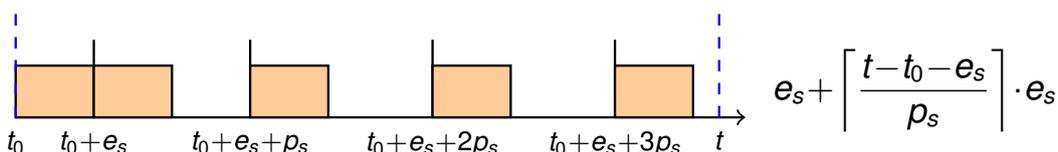
## Istanti critici per sistemi con server procrastinabile

### Lemma (Lehoczky, Sha, Strosnider, 1987, 2000)

In un sistema di task periodici indipendenti e, interrompibili a priorità fissa con  $D_i \leq p_i$ , e con un server procrastinabile  $(p_s, e_s)$  con priorità massima, un istante critico di un task  $T_i$  si verifica all'istante  $t_0$  se

- a  $t_0$  è rilasciato un job di tutti i task  $T_1, \dots, T_i$
- a  $t_0$  il budget del server è  $e_s$
- a  $t_0$  è rilasciato almeno un job aperiodico che impegna il server da  $t_0$  in avanti
- l'inizio del successivo periodo del server è a  $t_0 + e_s$

*Nelle ipotesi del lemma, quanto tempo di processore occupa al massimo il server procrastinabile nell'intervallo  $(t_0, t]$  ?*





Schema della lezione

Server periodici

Server procastinabili

Server sporadici

Server sporadici+EDF

Algoritmo GPS

## Test di schedulabilità con server procastinabile

Con priorità fissate ed un server procastinabile di massima priorità, la funzione di tempo richiesto è:

$$w_i(t) = e_i + b_i + e_s + \left\lceil \frac{t - e_s}{p_s} \right\rceil e_s + \sum_{k=1}^{i-1} \left\lceil \frac{t}{p_k} \right\rceil e_k \quad \text{per } 0 < t \leq p_i$$

Il test controlla se  $w_i(t) \leq t$  per i valori di  $t \leq D_i$  tali che  $t = h \cdot p_k$ , oppure  $t = e_s + h \cdot p_s$ , oppure  $t = D_i$  ( $h = 0, 1, \dots$ )

Analogamente per il test di schedulabilità generale:

$$w_{i,j}(t) = j e_i + b_i + e_s + \left\lceil \frac{t - e_s}{p_s} \right\rceil e_s + \sum_{k=1}^{i-1} \left\lceil \frac{t}{p_k} \right\rceil e_k$$

per  $(j-1)p_i < t \leq w_{i,j}(t)$

Esempio:  $T_{DS}=(3, 1.2)$ ,  $T_1=(3.5, 1.5)$

$$w_1(t) = 2.7 + \lceil (t - 1.2)/3 \rceil 1.2$$

$$w_1(1.5) = 3.9 = w_1(3.9) > 3.5 \quad \Rightarrow \quad T_1 \text{ non schedulabile!}$$

Se il server non ha priorità massima, il test fornisce una condizione solo sufficiente (può dare falsi negativi)

SERT'13

R8.11

## Condizione di schedulabilità RM con server procastinabile

### Teorema (Lehoczky, Sha, Strosnider, 1987, 2000)

Un server procastinabile  $(p_s, e_s)$  ed  $n$  task periodici indipendenti e interrompibili con  $p_i = D_i$  tali che

$$p_s < p_1 < \dots < p_n < 2p_s \quad \text{e} \quad p_n > p_s + e_s$$

sono schedulabili con RM se l'utilizzazione totale dei task periodici e del server è minore o uguale a

$$U_{RM/DS}(n) = \frac{e_s}{p_s} + n \left[ \left( \frac{e_s + 2p_s}{p_s + 2e_s} \right)^{1/n} - 1 \right]$$

- Se  $e_s = 0$ ,  $U_{RM/DS}(n) = U_{RM}(n)$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} U_{RM/DS}(n) = \frac{e_s}{p_s} + \ln \left( \frac{e_s + 2p_s}{p_s + 2e_s} \right)$
- per ogni  $n$ ,  $U_{RM/DS}(n) \geq 0.652$



Schema della lezione

Server periodici

Server procastinabili

Server sporadici

Server sporadici+EDF

Algoritmo GPS

SERT'13

R8.12

## Condizione di schedulabilità RM con server procrastinabile(2)

Se  $p_s, p_1, \dots, p_n$  non verificano le condizioni del teorema?

Applichiamo la condizione di schedulabilità task per task:

- Il server non ha alcuna influenza sui task aventi periodo minore di  $p_s$
- Il server è schedulabile se lo è il corrispondente task periodico
- Per ogni task  $T_i$  con  $p_i > p_s$ , il server si comporta come un task periodico, tranne che può eseguire per un tempo  $e_s$  in più (**tempo di blocco** aggiuntivo):

$$\sum_{k=1}^i \frac{e_k}{p_k} + \frac{e_s}{p_s} + \frac{e_s + b_i}{p_i} \leq U_{RM}(i+1)$$

Esempio:  $T_{DS}=(3, 1.2)$ ,  $T_1=(3.5, 1.5)$

$$\frac{1.5}{3.5} + \frac{1.2}{3} + \frac{1.2}{3.5} > 1 > U_{RM}(2) \Rightarrow T_1 \text{ forse non schedulabile!}$$

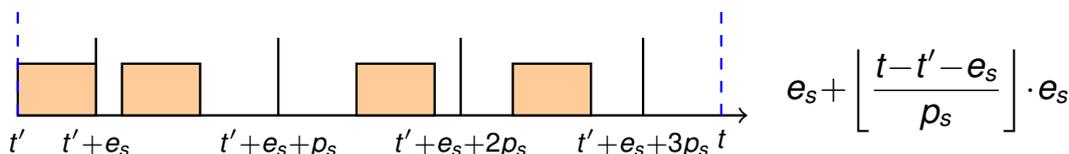
## Condizione di schedulabilità EDF con server procrastinabile

### Teorema (Ghazalie, Baker 1995)

Un task periodico  $T_i$  in un sistema di  $n$  task indipendenti e interrompibili è schedulabile con EDF insieme ad un server procrastinabile  $(p_s, e_s)$  se

$$\sum_{k=1}^n \frac{e_k}{\min(D_k, p_k)} + \frac{e_s}{p_s} \left( 1 + \frac{p_s - e_s}{D_i} \right) \leq 1$$

**Dim.** (sketch per  $D_k \geq p_k$ ) Un job di  $T_i$  rilasciato a  $r_i$  manca la scadenza a  $t$ ;  $t' < t$  è l'ultimo istante in cui il processore è idle o esegue un job con scadenza  $> t \Rightarrow r_i \geq t' \Rightarrow 1/(t - t') \leq 1/D_i$



$$t - t' < \sum_{k=1}^n \frac{e_k}{p_k} (t - t') + \frac{e_s}{p_s} (t - t' + p_s - e_s)$$



## Server sporadici

Un server procastinabile può ritardare i task di priorità minore più di un task periodico con identici parametri

I *server sporadici* sono una classe di server periodici completamente assimilabili come schedulabilità a task periodici con medesimi parametri

Un sistema con task periodici e *server sporadici* può essere analizzato tramite le condizioni ed il test di schedulabilità *generale* dei sistemi per task periodici

Esistono diversi tipi di *server sporadici*: la differenza è tutta nelle due regole di consumo e di rifornimento del budget

Regole più sofisticate:

- preservano il budget più a lungo o lo riforniscono più velocemente
- sono più difficili e costose da implementare

## Definizioni per server sporadici in sistemi a priorità fissa

- Sistema  $\mathcal{T}$  di task periodici a priorità fissa
- Server sporadico  $T_s=(p_s, e_s)$  con priorità  $\pi_s$
- $\mathcal{T}_H$ : insieme di task di  $\mathcal{T}$  con priorità maggiore di  $\pi_s$
- *Intervallo totalmente occupato* di un insieme di task:
  - (1) prima dell'intervallo tutti i job sono stati completati,
  - (2) all'inizio viene rilasciato almeno un job, e
  - (3) la fine dell'intervallo è il primo istante in cui tutti i job rilasciati entro l'intervallo sono completati
- $t_r$ : ultimo istante in cui è stato aumentato il budget
- $t_f$ : primo istante dopo  $t_r$  in cui il server è in esecuzione
- $t_e$ : istante che determina il momento del prossimo rifornimento (generalmente sarà a  $t_e+p_s$ )
- **BEGIN**: per ogni  $t$ , considerare l'ultima sequenza di intervalli totalmente occupati contigui dei task  $\mathcal{T}_H$  iniziata prima di  $t$ ; **BEGIN** è l'istante di inizio del primo intervallo totalmente occupato di questa sequenza
- **END**: l'istante finale della sequenza, se precedente a  $t$ , altrimenti  $\infty$



## Server sporadico semplice

### Regola di consumo

In ogni istante  $t > t_r$ , il budget è decrementato di uno per ogni unità di tempo se una delle due condizioni C1 e C2 è vera:

**C1** Il server è in esecuzione

**C2** Il server è stato in esecuzione dopo  $t_r$  e inoltre  $END < t$

Altrimenti (se C1 e C2 sono false) il budget è conservato

### Regola di rifornimento

**R1** Ad ogni rifornimento:  $budget \leftarrow e_s$ ,  $t_r \leftarrow$  istante corrente

**R2** All'istante  $t_f$ : se  $END = t_f$ ,  $t_e \leftarrow \max(t_r, BEGIN)$ ; se  $END < t_f$ ,  $t_e \leftarrow t_f$

**R3** Il prossimo rifornimento sarà a  $t_e + p_s$ , con due eccezioni:

(a) se  $t_e + p_s < t_f$ , il budget sarà rifornito non appena esaurito

(b) il budget sarà rifornito a  $t_b < t_e + p_s$  se esiste un intervallo  $[t_i, t_b)$  in cui nessun task di  $\mathcal{T}$  è eseguibile, ed un task di  $\mathcal{T}$  comincia l'esecuzione a  $t_b$

## Server sporadico semplice (2)

Significato di **C1**: nessun job del server esegue per un tempo maggiore di  $e_s$  in un periodo  $p_s$

Significato di **C2**: il server conserva il budget se un task di  $\mathcal{T}_H$  è eseguibile oppure il server non ha mai eseguito da  $t_r$ ; altrimenti il budget è sempre consumato

Significato di **R2**:

- se nell'intervallo  $(t_r, t_f)$  sono stati sempre in esecuzione task di  $\mathcal{T}_H$ , il prossimo rifornimento sarà a  $t_r + p_s$
- altrimenti il prossimo rifornimento sarà a  $t_e + p_s$  ove  $t_e$  è l'ultimo istante di  $(t_r, t_f]$  in cui *non* esegue un task di  $\mathcal{T}_H$

Significato di **R3a**: il job del server ha atteso per più di  $p_s$  unità di tempo prima di iniziare l'esecuzione, quindi il job continua nel prossimo periodo (è richiesto il test di schedulabilità *generale*)

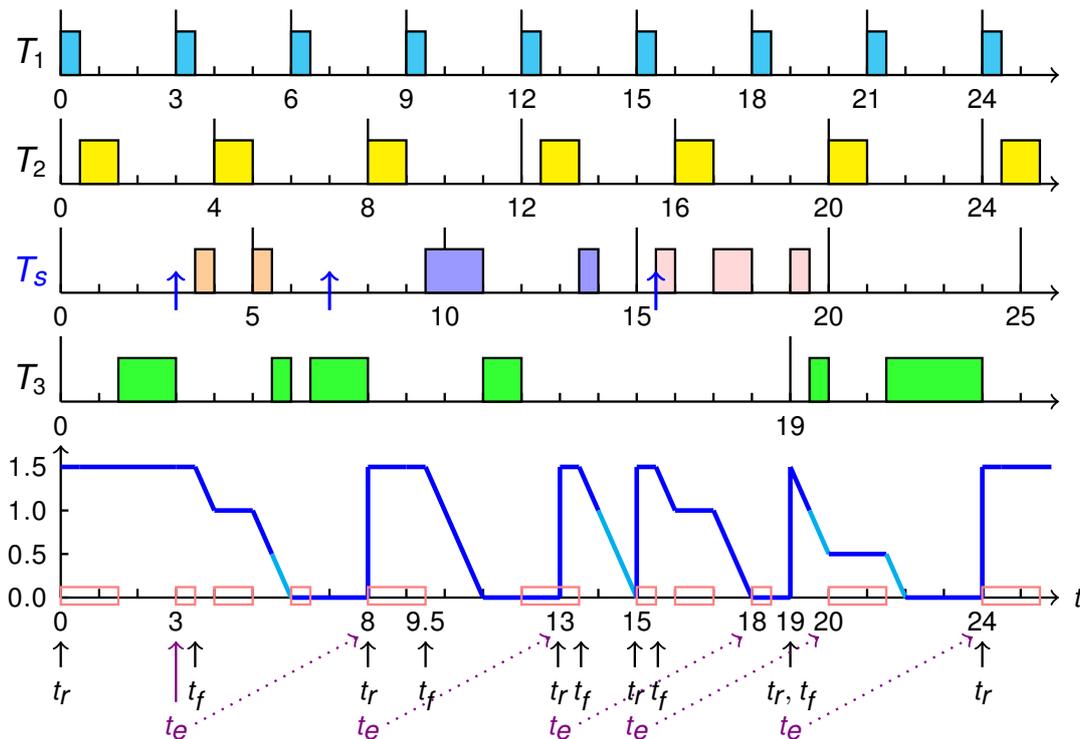
Significato di **R3b**: il budget è rifornito nell'istante iniziale di ogni intervallo totalmente occupato di  $\mathcal{T}$



## Schedulazione RM con server sporadico semplice

Sistema:  $T_1=(3, 0.5)$ ,  $T_2=(4, 1)$ ,  $T_s=(5, 1.5)$ ,  $T_3=(19, 4.5)$

Aperiodici:  $A_1(r=3, e=1)$ ,  $A_2(r=7, e=2)$ ,  $A_3(r=15.5, e=2)$



## Server sporadico/background

Esistono molte varianti di server sporadico, con regole sempre più complesse (e costose da implementare)

Variante più utile e diffusa: *server sporadico/background*

Differenza rispetto al server sporadico semplice: esegue sempre job aperiodici se nessun task periodico è eseguibile

### Regola di consumo

Identica a quella del server sporadico semplice, tranne che se nessun task periodico è eseguibile il budget è uguale a  $e_s$

### Regola di rifornimento

Identica a quella del server sporadico semplice, tranne **R3b**: il budget è ripristinato all'inizio di ogni intervallo in cui nessun task periodico è eseguibile;  $t_r$  (e ev.  $t_f$ ) è la fine dell'intervallo

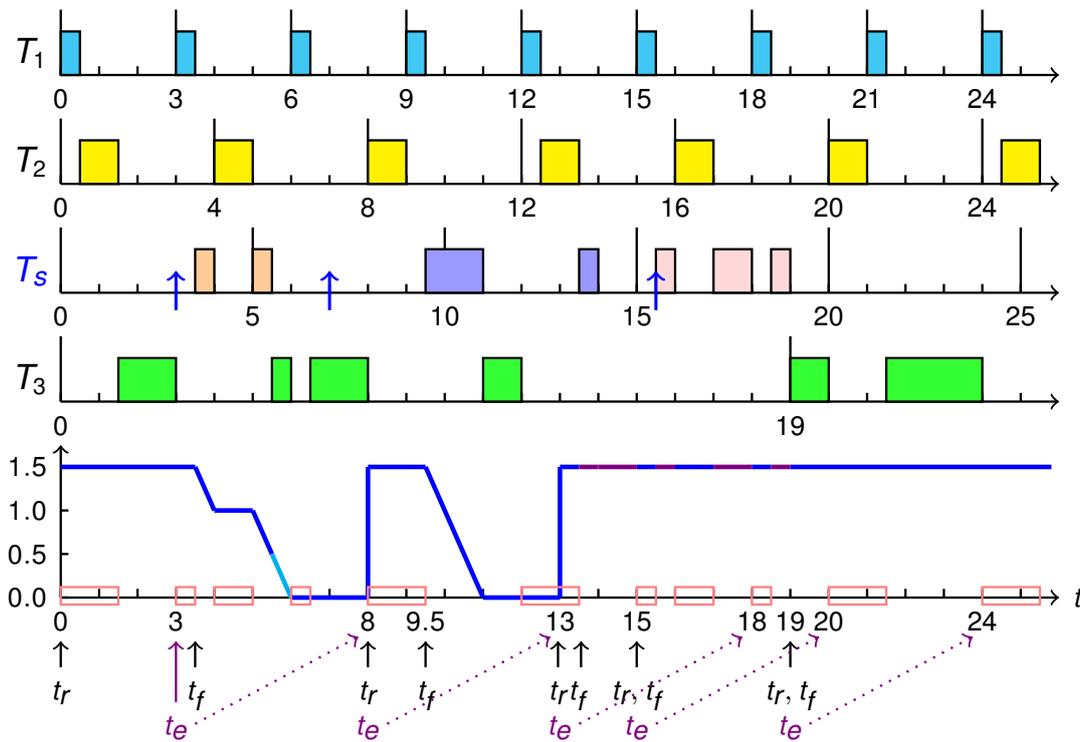
In effetti l'unico caso in cui *non* conviene usare un *server sporadico/background* al posto di uno semplice è quando si utilizzano più server sporadici per differenti tipi di job aperiodici



## Schedulazione RM con server sporadico/background

Sistema:  $T_1=(3, 0.5)$ ,  $T_2=(4, 1)$ ,  $T_s=(5, 1.5)$ ,  $T_3=(19, 4.5)$

Aperiodici:  $A_1(r=3, e=1)$ ,  $A_2(r=7, e=2)$ ,  $A_3(r=15.5, e=2)$



## Server sporadico semplice per EDF

Per utilizzare un **server sporadico semplice** in un sistema schedulato con **EDF** è necessario modificare le regole di consumo e di rifornimento

In generale, il server è schedulabile se

- È impegnato (esistono job aperiodici in coda)
- È stata definita la sua scadenza  $d$  (e di conseguenza la sua priorità)

### Regola di consumo

Il budget è decrementato di uno per ogni unità di tempo finché almeno una delle due condizioni C1 e C2 è vera:

**C1** Il server è in esecuzione

**C2** La scadenza del server  $d$  è definita, il server non è impegnato, e non c'è alcun job eseguibile con scadenza precedente a  $d$

Altrimenti il budget è conservato



## Server sporadico semplice per EDF (2)

### Regola di rifornimento

**R1** Ad ogni rifornimento:  $\text{budget} \leftarrow e_s$ ,  $t_r \leftarrow$  istante corrente

**R2** Se  $t_e$  è definito,  $d = t_e + p_s$ ; altrimenti  $d$  rimane indefinito.

Se  $t_e$  non è definito:

- (a) Quando all'istante  $t$  arriva un job aperiodico e la coda è vuota: se solo job con scadenze precedenti a  $t_r + p_s$  sono stati eseguiti in  $(t_r, t)$ , allora  $t_e \leftarrow t_r$ ; altrimenti  $t_e \leftarrow t$
- (b) Nell'istante di rifornimento  $t_r$ : se il server è impegnato allora  $t_e \leftarrow t_r$ , altrimenti  $t_e$  e  $d$  diventano indefiniti

**R3** Il prossimo rifornimento sarà a  $t_e + p_s$ , con due eccezioni:

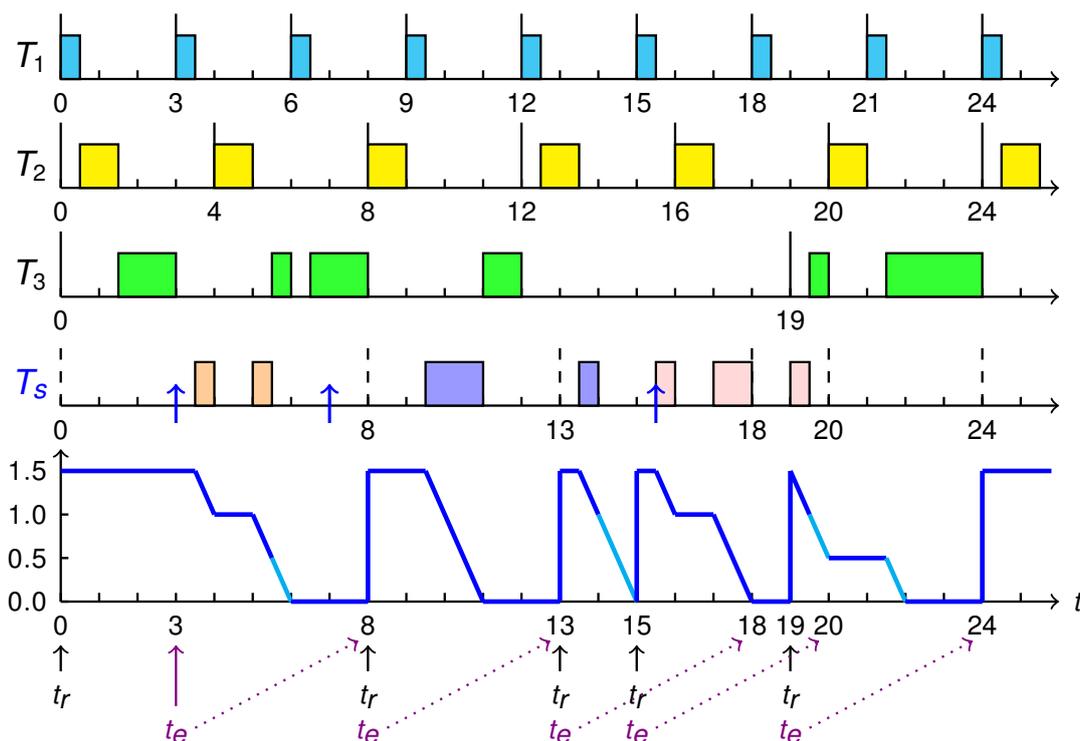
- (a) Se  $t_e + p_s$  è precedente all'istante successivo a  $t_r$  in cui il server è diventato impegnato, il budget è rifornito non appena esaurito
- (b) Il budget è rifornito alla fine di ogni intervallo in cui nessun task periodico è eseguibile

Le regole sono molto simili ed hanno le stesse finalità di quelle del server sporadico semplice per sistemi a priorità fissa

## Schedulazione EDF con server sporadico semplice

Sistema:  $T_1=(3, 0.5)$ ,  $T_2=(4, 1)$ ,  $T_3=(19, 4.5)$ ,  $T_s=(5, 1.5)$

Aperiodici:  $A_1(r=3, e=1)$ ,  $A_2(r=7, e=2)$ ,  $A_3(r=15.5, e=2)$



## Algoritmo GPS

GPS (Generalized Processor Sharing) è un algoritmo ideale che implementa un meccanismo di round-robin pesato

Idea: ogni server impegnato in ciascun round ottiene una porzione di tempo infinitesimamente piccola ma proporzionale alla propria dimensione  $e_s/p_s$

*Quale è il punto di forza di questo algoritmo?*

È l'isolamento temporale dei task: il massimo tempo di risposta di un task non dipende dai tempi di esecuzione degli altri task

*Quale è lo svantaggio di questo algoritmo?*

È impossibile da implementare in pratica!

Si implementano invece delle approssimazioni di GPS:

- Server a utilizzazione costante
- Server a banda totale
- Server WFQ

## Schedulabilità EDF di job aperiodici hard real-time

La densità di un job aperiodico avente istante di rilascio  $r$ , massimo tempo di esecuzione  $e$  e scadenza  $d$  è  $\frac{e}{d-r}$

### Teorema

Un sistema di job aperiodici indipendenti e interrompibili è schedulabile con EDF se la densità totale di tutti i job attivi (nell'intervallo tra rilascio e scadenza) è in ogni istante  $\leq 1$

**Dim.** (sketch) Un job manca la scadenza a  $t$ ; sia  $t' < t$  l'ultimo istante in cui il processore non ha eseguito un job con scadenza  $\leq t \Rightarrow \sum_i e_i > t - t'$

L'intervallo  $(t', t]$  è partizionato in  $(t'=t_1, t_2], (t_2, t_3], \dots$

$(t_\ell, t_{\ell+1}=t]$  ove  $t_k$  è l'istante di rilascio o scadenza per qualche job

Sia  $\mathcal{X}_k$  l'insieme di job attivi in  $(t_k, t_{k+1}]$  e sia  $\Delta_k$  la loro densità

$$\sum_i e_i = \sum_{j=1}^{\ell} (t_{j+1} - t_j) \sum_{J_k \in \mathcal{X}_j} \frac{e_k}{d_k - r_k} = \sum_{j=1}^{\ell} \Delta_j (t_{j+1} - t_j) \leq t - t'$$



## Schedulabilità EDF di job aperiodici hard real-time (2)



[Schema della lezione](#)

[Server periodici](#)

[Server procrastinabili](#)

[Server sporadici](#)

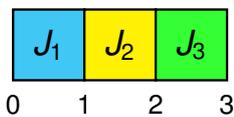
[Server sporadici+EDF](#)

[Algoritmo GPS](#)

Consideriamo i job aperiodici  $J_1:(r=0, e=1, d=2)$ ,  
 $J_2:(r=0.5, e=1, d=2.5)$ , e  $J_3:(r=1, e=1, d=3)$

Intervalli:	(0, 0.5]	(0.5, 1]	(1, 2]	(2, 2.5]	(2.5, 3]
Job attivi:	$J_1$	$J_1 J_2$	$J_1 J_2 J_3$	$J_2 J_3$	$J_3$
Densità:	0.5	1.0	1.5	1.0	0.5

*Sono schedulabili con EDF? **Si!***



La condizione del teorema è solo sufficiente!